

Задачі з курсу «Електродинаміка» КФ

1. Електростатика

1. Нескінчена плоска плита з товщиною a рівномірно заряджена по об'єму з густиною ρ . Знайти потенціал ϕ і напруженість E електричного поля.
2. У просторі маємо заряд з розподілом по періодичному закону $\rho = \rho_0 \cos \alpha x \cos \beta y \cos \gamma z$, де $\rho_0 = \text{const}$. Знайти потенціал ϕ електричного поля.
3. Площина $z=0$ заряджена з густиною, яка змінюється по періодичному закону $\sigma = \sigma_0 \sin \alpha x \sin \beta y$, де $\sigma_0 = \text{const}$, $\alpha = \text{const}$ і $\beta = \text{const}$. Знайти потенціал електричного поля цієї системи зарядів.
4. Знайти потенціал ϕ і напруженість E електричного поля рівномірно зарядженої прямолінійної нескінченної нитки з зарядом χ на одиницю довжини.
5. Знайти потенціал ϕ електричного поля рівномірно зарядженого прямолінійного відрізка довжиною $2a$, який лежить уздовж осі z від $-a$ до $+a$; заряд відрізка q .
6. Нескінченно довгий круговий циліндр з радіусом R рівномірно заряджений по об'єму так, що на одиницю його довжини приходить заряд χ . Знайти потенціал ϕ і напруженість E електричного поля.
7. Нескінченно довгий круговий циліндр з радіусом R рівномірно заряджений по поверхні так, що на одиницю його довжини приходить заряд χ . Знайти потенціал ϕ і напруженість E електричного поля.
8. Знайти потенціал ϕ і напруженість E електричного поля рівномірно зарядженої по об'єму кулі (шара). Радіус кулі R , заряд q .
9. Знайти потенціал ϕ і напруженість E електричного поля сфери, яка рівномірно заряджена по поверхні. Радіус сфери R , заряд q .
10. У середині кулі (шара) радіуса R , яка рівномірно заряджена по об'єму з густиною ρ , маємо незаряджену сферичну порожнину з радіусом R_1 центр якої відстоїть від центра кулі на відстані a , так що $a + R_1 < R$. Знайти електричне поле E в порожнечі.
11. Знайти енергію електростатичного поля для рівномірно зарядженої по об'єму кулі (шара). Радіус кулі R , заряд q .
12. Знайти енергію електростатичного поля для сфери, яка рівномірно заряджена по поверхні. Радіус сфери R , заряд q .
13. Сфера радіуса R заряджена по поверхні за законом $\sigma = \sigma_0 \cos \theta$. Знайти потенціал ϕ електричного поля.
14. Яким розподілом зарядів створюється потенціал, який в сферичних координатах має вид $\phi(r) = (q/r)e^{-\alpha r}$.
15. Яким має бути розподіл зарядів, щоб створений ним потенціал в сферичних координатах мав вигляд $\phi(r) = (e_0/a)(\alpha/r + 1)e^{-2r/a}$.
16. Знайти силу F і обертальний момент N , прикладені до електричного диполя з моментом d у полі точкового заряду q .
17. Диполь з моментом d_1 знаходиться на початку координат, а інший диполь з моментом d_2 - у точці з радіусом-вектором r . Знайти енергію взаємодії цих диполів E_{int} і діючу між ними силу F_{int} . При якій орієнтації диполів ця сила максимальна?
18. У середині кулі (шара) радіуса R , яка рівномірно заряджена по об'єму з густиною ρ , маємо незаряджену сферичну порожнину з радіусом R_1 центр якої відстоїть від центра кулі на відстані a , так що $a + R_1 < R$. Знайти енергію W електростатичного поля усередині порожнини.

2.Магнітостатика

- 1 Знайти вектор магнітної напруженості $\mathbf{H}$ тонкого прямолінійного нескінченного провідника з током I .
- 2 Знайти векторний потенціал магнітного поля $\mathbf{A}$ прямолінійного нескінченного тонкого провідника з током I .
- 3 Знайти вектор магнітної напруженості $\mathbf{H}$, який породжується постійним током I , що тече у прямолінійному нескінченному суцільному провіднику з радіусом a .
- 4 Знайти вектор магнітної напруженості $\mathbf{H}$, який породжується постійним током I , що тече по поверхні прямолінійного нескінченного порожнистого провідника з радіусом a .
- 5 У середині тонкої провідної оболонки радіусу b знаходиться коаксіальний з нею провід радіусу a . По цих провідниках течуть постійні токи однакової величини I у протилежних напрямках. Знайти вектор магнітної напруженості цієї системи.
- 6 По поверхні нескінченної циліндричної оболонки радіуса R тече постійний струм I_1 , у середині оболонки на осі знаходиться нескінчений тонкий провідник з постійним током I_2 , що тече у протилежному напрямку. Знайти вектор магнітної напруженості $\mathbf{H}$ системи.
- 7 Знайти магнітний момент замкнутого тонкого провідника (кільця) з током I . Радіус кільця R .
- 8 Знайти питому (на одинцю довжини) силу взаємодії двох паралельних нескінченних прямих токів I_1 і I_2 з відстанню a між ними.
- 9 Знайти силу $\mathbf{F}$, що діє на замкнутий тонкий провідник з током в однорідному магнітному полі $\mathbf{H} = \text{const}$.
- 10 Знайти момент $\mathbf{N}$, що діє на замкнутий тонкий провідник з током в однорідному магнітному полі $\mathbf{H} = \text{const}$.
- 11 Знайти енергію взаємодії двох малих замкнених витків з током i з магнітними моментами $\mathbf{m}_1$ і $\mathbf{m}_2$.
- 12 Знайти векторний потенціал $\mathbf{A}$ і напруженість магнітного поля $\mathbf{H}$, які створюються двома прямолінійними паралельними струмами I , що течуть в протилежних напрямках. Відстань між струмами $2a$.
- 13 Зміщена співвісна циліндрична порожнина радіуса a у прямолінійному нескінченному суцільному провіднику з радіусом b . Вісь порожнини на відстані d від осі провідника. ($b > a + d$). Знайти магнітне поле $\mathbf{H}$ у порожнині, коли $j = \text{const}$
- 14 За якої умови електричний струм з об'ємною густиною $\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \mathbf{j}_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$, де $\mathbf{j}_0$, $\mathbf{r}$ - постійні вектори, може забезпечити стаціонарний розподіл зарядів у просторі?
- 15 Показати, що однорідному і постійному магнітному полю $\mathbf{H}$ можна зіставити векторний потенціал $\mathbf{A} = (1/2)[\mathbf{H}, \mathbf{r}]$. Чи задовольняє він умові $\text{div} \mathbf{A} = 0$?
- 16 Нехай система заряджених частинок з однаковим відношенням заряду до маси e/m здійснює фінітний (обмежене в просторі) рух у деякому зовнішньому полі. Показати, що магнітний момент такої системи частинок пропорційний її моменту імпульсу $\mathbf{m} = \eta \mathbf{L}$, де $\eta = (e/(2mc))$ – гіромагнітне співвідношення, та $\mathbf{L} = \sum_a [\mathbf{r}_a, \mathbf{p}_a]$ - момент імпульсу системи частинок.

3.Релятивістська механіка

1. Як перетворюються осі координат при перетворенні Лоренца. Побудувати малюнки.
2. Вектор 4-швидкості, її компоненти і довжина. Перетворення 4-швидкості
3. Вектор 4-прискорення, та його компоненти.
4. Співвідношення між 4-швидкістю та 4-прискоренням. Показати на малюнку.
5. Ефект скорочення поздовжних масштабів тіла. Ефект скорочення об'ємів.
6. Ефект уповільнення плину часу в рухомій системі відліку.
7. Вивести закон перетворення кутів.
8. Вивести формули для аберації світла.
9. Який проміжок часу Δt зайняло за земними годинах політ ракети до зоряної системи Проксіма-Центавра і назад (відстань до неї 4 світлових роки), якщо він здійснюється з постійною швидкістю $V=c\sqrt{0,9999}$? Який запас кінетичної енергії в такій ракеті, якщо її маса 10т?
10. Одну і ту ж відносну швидкість можна надати частинкам, що зіштовхуватися двома способами (частки однієї і тієї ж маси m): а) один прискорювач розганяє частки до енергії E , потім швидкі частинки вдаряються об нерухому мішень з тих же частинок; б) два однакових прискорювача створюють пучки частинок, направлені назустріч один одному. Кожен з прискорювачів при цьому повинен розігнати частинки до енергії $E_0 < E$. (В обох випадках відносна швидкість одна і та ж.) Порівняти між собою значення енергій E і E_0 . Розглянути ультрарелятивістських випадок.
11. Плоска електромагнітна хвиля $\mathbf{E} = E_0 \cos(\omega t - kx)$ відбивається від дзеркала, що рухається уздовж осі X вправо зі швидкістю V . Знайти частоту відбитої хвилі ω' .