

Зразки екзаменаційних задач
з курсу “Термодинаміка і статистична фізика”

1. Обчислити для досконалого газу Ван-дер-Ваальса ТД коефіцієнт

$$\gamma_s = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_{S,N}.$$

2. Обчислити для досконалого газу Ван-дер-Ваальса ТД коефіцієнт

$$\alpha_s = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{S,N}.$$

3. Обчислити для досконалого газу Ван-дер-Ваальса ТД коефіцієнт

$$\beta_s = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{S,N}.$$

4. Знайти теплоту і роботу для досконалого ідеального газу в процесі з рівнянням

$$T/V^2 = \text{const}, \quad N = \text{const}.$$

5. Знайти теплоту і роботу для досконалого ідеального газу в процесі з рівнянням

$$V^2 T = \text{const}, \quad N = \text{const}.$$

6. Обчислити для досконалого ідеального газу в процесі з рівнянням $T/V^2 = \text{const}$, $N = \text{const}$ ТД коефіцієнт

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)$$

та теплоємність C .

7. Обчислити для досконалого ідеального газу в процесі з рівнянням $V^2 T = \text{const}$, $N = \text{const}$ ТД коефіцієнт

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)$$

та теплоємність C .

-
8. Обчислити для досконалого ідеального газу в процесі з рівнянням $T/V^2 = \text{const}$,
 $N = \text{const}$ ТД коефіцієнт

$$\gamma = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)$$

та теплоємність C .

9. Обчислити для досконалого ідеального газу в процесі з рівнянням $V^2 T = \text{const}$,
 $N = \text{const}$ ТД коефіцієнт

$$\gamma = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)$$

та теплоємність C .

10. Обчислити для досконалого ідеального газу в процесі з рівнянням $T/V^2 = \text{const}$,
 $N = \text{const}$ ТД коефіцієнт

$$\beta = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)$$

та теплоємність C .

11. Обчислити для досконалого ідеального газу в процесі з рівнянням $V^2 T = \text{const}$,
 $N = \text{const}$ ТД коефіцієнт

$$\beta = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)$$

та теплоємність C .

12. Обчислити C_V для газу Бертло

$$p = \frac{kNT}{V - b_0 N} - \frac{a_0 N^2}{TV^2},$$

який при великому об'ємі є досконалим ідеальним газом.

13. Обчислити C_p для газу Бертло

$$p = \frac{kNT}{V - b_0 N} - \frac{a_0 N^2}{TV^2}.$$

Врахувати, що для нього

$$C_V = N(c + \frac{2a_0 N}{T^2 V}).$$

14. Обчислити внутрішню енергію газу Бертло

$$p = \frac{kNT}{V - b_0 N} - \frac{a_0 N^2}{TV^2},$$

який при великому об'ємі є досконалим ідеальним газом.

15. Обчислити ентропію газу Бертло

$$p = \frac{kNT}{V - b_0 N} - \frac{a_0 N^2}{TV^2},$$

який при великому об'ємі є досконалим ідеальним газом.

16. Обчислити для досконалого газу Бертло ТД коефіцієнт

$$\gamma_s = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_{S,N}.$$

Врахувати, що для нього

$$p = \frac{kNT}{V - b_0 N} - \frac{a_0 N^2}{TV^2}, \quad C_V = N(c + \frac{2a_0 N}{T^2 V}).$$

17. Обчислити для досконалого газу Бертло ТД коефіцієнт

$$\alpha_s = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{S,N}.$$

Врахувати, що для нього

$$p = \frac{kNT}{V - b_0 N} - \frac{a_0 N^2}{TV^2}, \quad C_V = N(c + \frac{2a_0 N}{T^2 V}).$$

18. Обчислити для досконалого газу Бертло ТД коефіцієнт

$$\beta_s = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{S,N}.$$

Врахувати, що для нього

$$p = \frac{kNT}{V - b_0 N} - \frac{a_0 N^2}{TV^2}, \quad C_V = N(c + \frac{2a_0 N}{T^2 V}).$$

19. Обчислити C_p для газу з рівнянням стану

$$p = \frac{kNT}{V - b_0 N} - a_0 \frac{N^3}{V^3},$$

який при великому об'ємі є досконалим ідеальним газом.

20. Обчислити внутрішню енергію газу з рівнянням стану

$$p = \frac{kNT}{V - b_0 N} - a_0 \frac{N^3}{V^3},$$

який при великому об'ємі є досконалим ідеальним газом.

21. Обчислити ентропію газу з рівнянням стану

$$p = \frac{kNT}{V - b_0 N} - a_0 \frac{N^3}{V^3},$$

який при великому об'ємі є досконалим ідеальним газом.

22. Обчислити для досконалого газу ТД коефіцієнт

$$\gamma_s = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_{S,N}.$$

Врахувати, що для нього

$$p = \frac{kNT}{V - b_0 N} - a_0 \frac{N^3}{V^3}, \quad C_V = Nc.$$

23. Обчислити для досконалого газу ТД коефіцієнт

$$\alpha_s = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{S,N}.$$

Врахувати, що для нього

$$p = \frac{kNT}{V - b_0 N} - a_0 \frac{N^3}{V^3}, \quad C_V = Nc.$$

24. Обчислити для досконалого газу ТД коефіцієнт

$$\beta_s = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{S,N}.$$

Врахувати, що для нього

$$p = \frac{kNT}{V - b_0 N} - a_0 \frac{N^3}{V^3}, \quad C_V = Nc.$$

25. Для ідеального фермі-газу $p = 2E/3V$. Обчислити для нього ТД коефіцієнт

$$\alpha_s = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{S,N},$$

враховуючи вираз для C_V через E .

26. Для ідеального фермі-газу $p = 2E/3V$. Обчислити для нього ТД коефіцієнт

$$\alpha_s = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{S,N}$$

і знайти на цій основі рівняння адіабатного процесу у змінних T, V . Врахувати формулу $C_V = (\partial E / \partial T)_{V,N}$.

27. Для ідеального фермі-газу $p = 2E/3V$. Знайти для нього рівняння адіабатного процесу у змінних P, V і обчислити на цій основі ТД коефіцієнт

$$\gamma_s = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_{S,N}.$$

28. Для ідеального фотонного газу $p = E/3V$. Обчислити для нього ТД коефіцієнт

$$\alpha_s = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_s,$$

враховуючи вираз для C_V через E .

29. Для ідеального фотонного газу $p = E/3V$. Обчислити для нього ТД коефіцієнт

$$\alpha_s = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{s,N}.$$

і знайти на цій основі рівняння адіабатного процесу у змінних T, V . Врахувати формулу $C_V = (\partial E / \partial T)_{V,N}$.

30. Для ідеального фотонного газу $p = E/3V$. Знайти для нього рівняння адіабатного процесу у змінних P, V і обчислити на цій основі ТД коефіцієнт

$$\gamma_s = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_{s,N}.$$

31. Обчислити для досконалого ідеального газу

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial N} \right)_{T,V}.$$

32. Внутрішня енергія ідеального фермі-газу при малих T має вигляд

$$E = V \left[e_0(n) + b(n)T^2 \right],$$

де $e_0(n)$, $b(n)$ – відомі функції густини. Обчислити ентропію газу.

33. Внутрішня енергія ідеального фермі-газу при малих T має вигляд

$$E = V \left[e_0(n) + b(n)T^2 \right],$$

де $e_0(n)$, $b(n)$ – відомі функції густини. Обчислити вільну енергію газу.

34. Теплоємність ідеального фермі-газу при малих T має вигляд

$$C_V = Van^{1/3}T,$$

де a – стала, n – густина газу. Обчислити вільну енергію системи при $T \rightarrow 0$, якщо енергія її основного стану дається формулою

$$E_0 = Vbn^{5/3},$$

де b – стала.

35. Показати, що система з внутрішньою енергією

$$E = N \left[c \left(\frac{N}{V} \right)^{\frac{k}{c}} e^{\frac{S-bN}{cN}} + a \right]$$

є досконалим ідеальним газом.

36. Обчислити вільну енергію $F(T, V, N)$ системи, внутрішня енергія якої має вигляд

$$E = N \left[c \left(\frac{N}{V} \right)^{\frac{k}{c}} e^{\frac{S-bN}{cN}} + a \right].$$

37. Показати, що система з ентальпією

$$H = N \left[a + (c+k) \left(\frac{p}{k} \right)^{\frac{k}{c+k}} e^{\frac{S-bN}{(c+k)N}} \right]$$

є досконалим ідеальним газом.

38. Обчислити вільну енергію $F(T, V, N)$ системи, ентальпія якої має вигляд

$$H = N \left[a + (c+k) \left(\frac{p}{k} \right)^{\frac{k}{c+k}} e^{\frac{S-bN}{(c+k)N}} \right].$$

39. Довести, що для довільної рідини

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{S,N} \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V,N} \geq 0.$$

40. Внутрішня енергія ідеального фермі-газу при малих T має вигляд

$$E = V \left[e_0(n) + b(n)T^2 \right],$$

де $e_0(n)$, $b(n)$ – відомі функції густини. Довести, що справедлива нерівність $b(n) \geq 0$.

41. Обчислити густину ймовірності значень модуля швидкості частинок рівноважного класичного газу. Температура газу T , енергія частинки $\mathcal{E}_p = p^2/2m$.

42. З'ясувати залежність від температури ймовірності того, що частинка рівноважного класичного газу має імпульс $|\vec{p}| \leq \sqrt{mkT}$. Енергія частинки $\mathcal{E}_p = p^2/2m$.

43. З'ясувати залежність від температури ймовірності того, що частинка рівноважного класичного газу має імпульс $|\vec{p}| \geq \sqrt{2mkT}$. Енергія частинки $\mathcal{E}_p = p^2/2m$.

44. З'ясувати залежність від температури ймовірності того, що частинка рівноважного класичного газу має енергію $\mathcal{E} \leq kT$. Енергія частинки $\mathcal{E}_p = p^2/2m$.

45. З'ясувати залежність від температури ймовірності того, що частинка рівноважного класичного газу має енергію $\mathcal{E} \geq 2kT$. Енергія частинки $\mathcal{E}_p = p^2/2m$.

46. Знайти частку частинок рівноважного класичного газу, які мають імпульс $|\vec{p}| \leq \sqrt{mkT}$. Енергія частинки $\mathcal{E}_p = p^2/2m$. Записати відповідь за допомогою функції

$$\gamma(x, y) = \int_0^y dt t^{x-1} e^{-t}.$$

47. Знайти частку частинок рівноважного класичного газу, які мають імпульс $|\vec{p}| \geq \sqrt{2mkT}$. Енергія частинки $\mathcal{E}_p = p^2/2m$. Записати відповідь за допомогою функції

$$\gamma(x, y) = \int_0^y dt t^{x-1} e^{-t}.$$

48. З'ясувати залежність від температури ймовірності того, що частинка рівноважного класичного газу має енергію $\mathcal{E} \leq kT$. Енергія частинки $\mathcal{E}_p = cp$.

49. З'ясувати залежність від температури ймовірності того, що частинка рівноважного класичного газу має енергію $\mathcal{E} \geq 2kT$. Енергія частинки $\mathcal{E}_p = cp$.

50. Обчислити середнє значення $\overline{v_x v_y}$ для рівноважного класичного газу частинок з енергією $\mathcal{E}_p = p^2/2m$.

51. Обчислити середнє значення модуля швидкості для рівноважного класичного газу частинок з енергією $\mathcal{E}_p = p^2/2m$.

52. Обчислити середнє значення енергії частинки для рівноважного класичного газу частинок з енергією $\mathcal{E}_p = cp$.

53. Обчислити флуктуацію модуля імпульсу частинки для рівноважного класичного газу частинок з енергією $\mathcal{E}_p = cp$.

54. Обчислити флуктуацію енергії частинки для рівноважного класичного газу частинок з енергією $\mathcal{E}_p = cp$.

55. Чому дорівнює ймовірність того, що в рівноважному класичному газі модуль імпульсу частинки більше $\sqrt{mkT}$? Енергія частинки $\mathcal{E}_p = p^2/2m$. Записати відповідь за допомогою функції

$$\gamma(x, y) = \int_0^y dt t^{x-1} e^{-t}.$$

56. Чому дорівнює ймовірність того, що в рівноважному класичному газі модуль імпульсу частинки менше $\sqrt{mkT}$? Енергія частинки $\mathcal{E}_p = p^2/2m$. Записати відповідь за допомогою функції

$$\gamma(x, y) = \int_0^y dt t^{x-1} e^{-t}.$$

57. Обчислити методом скіненого циліндра кількість зіткнень частинок рівноважного газу з одиницею площі стінки в одиницю часу. Енергія частинки дорівнює $\mathcal{E}_p = p^2/2m$.

58. Обчислити методом скіненого циліндра кількість зіткнень частинок рівноважного газу з одиницею площі стінки в одиницю часу. Енергія частинки дорівнює $\mathcal{E}_p = cp$.

59. Ентропія деякої системи має при малих температурах T вигляд

$$S = Va(n)T \ln T.$$

Обчислити вільну енергію системи при цих температурах, якщо енергія її основного стану має вигляд $E_0 = Vb(n)$. Тут $a(n)$, $b(n)$ – деякі функції густини.

60. Ентропія деякої системи має при малих температурах T вигляд

$$S = Va(n)T \ln T.$$

Обчислити внутрішню енергію системи при цих температурах, якщо енергія її основного стану має вигляд $E_0 = Vb(n)$. Тут $a(n)$, $b(n)$ – деякі функції густини.

61. Обчислити хімічний потенціал ідеального фермі-газу при $T = 0$. Енергія однієї частинки $\mathcal{E}_p = p^2 / 2m$.

62. Обчислити хімічний потенціал ідеального фермі-газу при $T = 0$. Енергія однієї частинки $\mathcal{E}_p = cp$.

63. Густина ймовірності значень імпульсу фотона рівноважного фотонного газу має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{nh^3} \frac{1}{e^{\mathcal{E}_p/kT} - 1},$$

де n – густина кількості фотонів, $\mathcal{E}_p = cp$. З'ясувати залежність n від температури.

64. Густина ймовірності значень імпульсу фотона рівноважного фотонного газу має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{nh^3} \frac{1}{e^{\mathcal{E}_p/kT} - 1},$$

де n – густина кількості фотонів, $\mathcal{E}_p = cp$. На основі методу скісного циліндра з'ясувати залежність від температури тиску газу.

65. Густина ймовірності значень імпульсу фотона рівноважного фотонного газу має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{nh^3} \frac{1}{e^{\mathcal{E}_p/kT} - 1},$$

де n – густина кількості фотонів, $\mathcal{E}_p = cp$. На основі методу скісного циліндра з'ясувати залежність від температури кількості зіткнень фотонів з одиницею площі стінки сосуду в одиницю часу.

66. Густина ймовірності значень імпульсу фотона рівноважного фотонного газу має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{nh^3} \frac{1}{e^{\epsilon_p/kT} - 1},$$

де n – густина кількості фотонів, $\epsilon_p = cp$. З'ясувати залежність від температури внутрішньої енергії газу.

67. Густина ймовірності значень імпульсу фотона рівноважного фотонного газу має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{nh^3} \frac{1}{e^{\epsilon_p/kT} - 1},$$

де n – густина кількості фотонів, $\epsilon_p = cp$. Обчислити густину ймовірності значень енергії $w_1(\epsilon)$

68. Обчислити методом скісного циліндра кількість зіткнень частинок ідеального фермі-газу при $T = 0$ з одиницею площі стінки в одиницю часу. Густина ймовірності значень імпульсу частинки газу має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{nh^3} \begin{cases} 1, & |\vec{p}| < p_F \\ 0, & |\vec{p}| > p_F \end{cases}.$$

Величина p_F знаходиться з умови нормування. Енергія частинки дорівнює $\epsilon_p = cp$.

69. Густина ймовірності значень імпульсу частинки ідеального фермі-газу при $T = 0$ має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{nh^3} \begin{cases} 1, & |\vec{p}| < p_F \\ 0, & |\vec{p}| > p_F \end{cases}.$$

Обчислити внутрішню енергію газу. Величина p_F знаходиться з умови нормування. Енергія частинки дорівнює $\epsilon_p = cp$.

70. Знайти середнє значення модуля імпульсу частинки ідеального фермі-газу при $T = 0$. Густина ймовірності значень імпульсу частинки газу має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{nh^3} \begin{cases} 1, & |\vec{p}| < p_F \\ 0, & |\vec{p}| > p_F \end{cases}.$$

Величина p_F знаходиться з умови нормування. Енергія частинки дорівнює $\epsilon_p = cp$.

-
71. Обчислити методом косого циліндра тиск ідеального фермі-газу при $T = 0$. Густина ймовірності значень імпульсу частинки газу має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{nh^3} \begin{cases} 1, & |\vec{p}| < p_F \\ 0, & |\vec{p}| > p_F \end{cases}.$$

Величина p_F знаходиться з умови нормування. Енергія частинки дорівнює $\mathcal{E}_p = cp$.

72. Обчислити густину ймовірності значень енергії $w_1(\mathcal{E})$ ідеального фермі-газу при $T = 0$. Густина ймовірності значень імпульсу частинки газу має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{nh^3} \begin{cases} 1, & |\vec{p}| < p_F \\ 0, & |\vec{p}| > p_F \end{cases}.$$

Величина p_F знаходиться з умови нормування. Енергія частинки дорівнює $\mathcal{E}_p = cp$.

73. Обчислити методом скісного циліндра кількість зіткнень частинок ідеального фермі-газу при $T = 0$ з одиницею площі стінки в одиницю часу. Густина ймовірності значень імпульсу частинки газу має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{nh^3} \begin{cases} 1, & |\vec{p}| < p_F \\ 0, & |\vec{p}| > p_F \end{cases}.$$

Величина p_F знаходиться з умови нормування. Енергія частинки дорівнює $\mathcal{E}_p = p^2 / 2m$.

74. Густина ймовірності значень імпульсу частинки ідеального фермі-газу при $T = 0$ має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{nh^3} \begin{cases} 1, & |\vec{p}| < p_F \\ 0, & |\vec{p}| > p_F \end{cases}.$$

Обчислити внутрішню енергію газу. Величина p_F знаходиться з умови нормування. Енергія частинки дорівнює $\mathcal{E}_p = p^2 / 2m$.

-
75. Знайти середнє значення модуля імпульсу частинки ідеального фермі-газу при $T = 0$.
Густина ймовірності значень імпульсу частинки газу має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{n\hbar^3} \begin{cases} 1, & |\vec{p}| < p_F \\ 0, & |\vec{p}| > p_F \end{cases}.$$

Величина p_F знаходиться з умови нормування. Енергія частинки дорівнює $\varepsilon_p = p^2/2m$.

76. Обчислити методом скісного циліндра тиск ідеального фермі-газу при $T = 0$. Густина ймовірності значень імпульсу частинки газу має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{n\hbar^3} \begin{cases} 1, & |\vec{p}| < p_F \\ 0, & |\vec{p}| > p_F \end{cases}.$$

Величина p_F знаходиться з умови нормування. Енергія частинки дорівнює $\varepsilon_p = p^2/2m$.

77. Обчислити густину ймовірності значень енергії $w_1(\varepsilon)$ ідеального фермі-газу при $T = 0$.
Густина ймовірності значень імпульсу частинки газу має вигляд

$$w(\vec{p}) = \frac{2}{n\hbar^3} \begin{cases} 1, & |\vec{p}| < p_F \\ 0, & |\vec{p}| > p_F \end{cases}.$$

Величина p_F знаходиться з умови нормування. Енергія частинки дорівнює $\varepsilon_p = p^2/2m$.
